Проект

Экзаменационная работа для проведения государственной итоговой аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений 2009 года (в новой форме) по АЛГЕБРЕ

Демонстрационный вариант 2009 года

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с Демонстрационным вариантом 2009 года следует иметь в виду, что задания, включенные в демонстрационный вариант, не отражают всех вопросов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2009 году. Полный перечень элементов содержания, которые могут контролироваться на экзамене 2009 года, приведен в кодификаторе, помещенном на сайте www.fipi.ru .

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот вариант, позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 16 заданий, во второй — 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа. Время на выполнение первой части ограничено: на нее отводится 60 минут.

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы.
При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них верный только один), то надо обвести кружком цифру, соответствующую верному ответу;
- если ответы к заданию не приводятся, то полученный ответ надо вписать в отведенном для этого месте.

Если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26 ~~2)~~ 20 3) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = 3$

Все необходимые вычисления, преобразования и прочее выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно проводить нужные линии, отмечать точки.

Задания второй части выполняются на отдельных листах с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны в работе. С целью экономии времени пропускайте задание, которое не удается выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у вас останется время, то можно вернуться к пропущенным заданиям.

За каждый правильный ответ в зависимости от сложности задания дается один или более баллов. Баллы, полученные вами за все задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно большее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

При выполнении заданий с выбором ответа обведите кружком <u>номер</u> правильного ответа в экзаменационной работе.

1 Расположите в порядке возрастания числа: 0,0902; 0,09; 0,209.

1) 0,209; 0,0902; 0,09
2) 0,09; 0,0902; 0,209
3) 0,09; 0,209; 0,0902
4) 0,0902; 0,09; 0,209

2 Какое из чисел $\sqrt{0,004}$, $\sqrt{4000}$, $\sqrt{400}$ является рациональным?

1) $\sqrt{0,004}$
2) $\sqrt{4000}$
3) $\sqrt{400}$
4) ни одно из этих чисел

3 Дневная норма потребления витамина С составляет 60 мг. Один мандарин в среднем содержит 35 мг витамина С. Сколько (приблизительно) процентов дневной нормы витамина С получил человек, съевший один мандарин?

1) 170%
2) 58%
3) 17%
4) 5,8%

4 Найдите значение выражения $\frac{a+b}{c}$ при a = 8,4; b = –1,2; c = – 4,5.

Ответ: ______________________ .

5 Один килограмм орехов стоит a рублей. Составьте выражение для вычисления стоимости n грамм этих орехов (в рублях).

1) $1000an$
2) an
3) $\frac{an}{1000}$
4) $\frac{1000n}{a}$

6 В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $3(x-y)=3x-y$
2) $(3+x)(x-3)=9-x^2$
3) $(x-y)^2=x^2-y^2$
4) $(x+3)^2=x^2+6x+9$

7 Упростите выражение $\frac{3}{2x}+\frac{1}{x}$.

1) $\frac{4}{3x}$
2) $\frac{5}{2}$
3) $\frac{5}{2x^2}$
4) $\frac{5}{2x}$

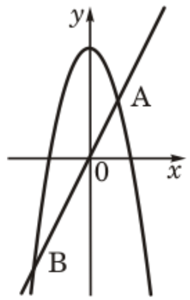
8 Найдите частное $\frac{2,4\cdot 10^{-5}}{2\cdot 10^{-3}}$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: ______________________ .

9 Решите уравнение $3-2x=6-4(x+2)$.

Ответ: ______________________ .

10 Прямая $y=2x$ пересекает параболу $y=-x^2+8$ в двух точках. Вычислите координаты точки A.



Ответ: ______________________ .

11 Прочитайте задачу: «Периметр прямоугольника равен 20 см. Длины его смежных сторон относятся как 3 : 2. Найдите длины сторон этого прямоугольника.»
Пусть a и b – длины сторон прямоугольника (в см), причем, a — длина большей стороны. Какая система уравнений **не соответствует** условию задачи?

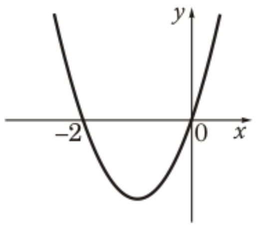
1) $\begin{cases} a+b=10 \\ \frac{a}{b}=\frac{3}{2} \end{cases}$
2) $\begin{cases} 2(a+b)=20 \\ \frac{a}{b}=\frac{3}{2} \end{cases}$
3) $\begin{cases} a+b=10 \\ 2a=3b \end{cases}$
4) $\begin{cases} 2(a+b)=20 \\ 3a=2b \end{cases}$

12 Решите неравенство $10x-4(2x-3)>4$.

1) $x>-\frac{1}{4}$ 2) $x>8$

3) $x>-4$ 4) $x<-4$

13 На рисунке изображен график функции $y=x^2+2x$. Используя график, решите неравенство $x^2+2x>0$.



1) $(-\infty;0)$ 2) $(-\infty;-2)\cup(0;+\infty)$

3) $(-2;\ 0)$ 4) $(-2;+\infty)$

14 Для каждой арифметической прогрессии, заданной формулой n-го члена, укажите ее разность d. (В таблице под каждой буквой запишите номер ответа, под которым указана соответствующая разность.)

А) $a_n=7n+5$ Б) $b_n=10n+7$ В) $c_n=5n-10$

1) $d=-10$ 2) $d=7$ 3) $d=5$ 4) $d=10$

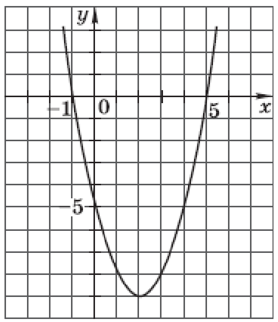
Ответ:

А)	Б)	В)

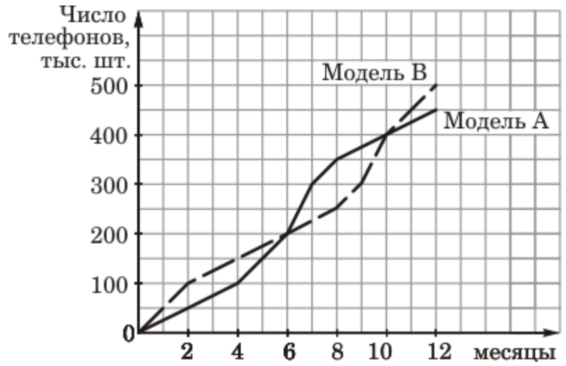
15 График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1) $y=x^2+4x-5$ 2) $y=-x^2-6x-5$

3) $y=x^2-4x-5$ 4) $y=-x^2+6x-5$



16 Фирма «Связь» выпустила в продажу две новые модели телефонов — модель А и модель В. На графиках показано, как эти модели продавались в течение года. (По горизонтальной оси откладывается время, прошедшее с начала продаж, в месяцах; по вертикальной — число телефонов, проданных за это время, в тыс. шт.) Сколько всего телефонов этих двух моделей было продано за первые десять месяцев?



Ответ: ______________________ .

Часть 2

Задания этой части (17—21) выполняйте с записью решения.

17 Постройте график функции $y=\frac{1}{2}x^2+4x+5$. Укажите наименьшее значение этой функции.

18 Выясните, имеет ли корни уравнение $x^2+2x\sqrt{5}+2x=-11$.

19 Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.

20 Найдите наименьшее значение выражения $(2x+y+3)^2+(3x-2y+8)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

21 Найдите все значения k, при которых прямая $y=kx$ пересекает в трех различных точках ломаную, заданную условием:

$$y=\begin{cases}2x+4, \text{ если } x<-3\\ -2, \text{ если } -3\le x\le 3\\ 2x-8, \text{ если } x>3.\end{cases}$$

Ответы и решения к заданиям экзаменационной работы по алгебре

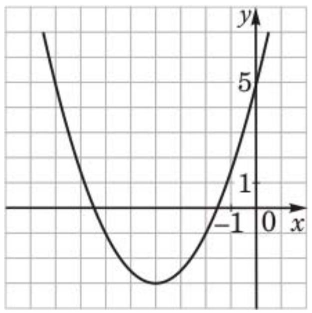
Часть 1

Номер задания	Ответ
1	2
2	3
3	2
4	– 1,6
5	3
6	4
7	4
8	0,012
9	– 2,5
10	A(2; 4)
11	4
12	3
13	2
14	243
15	3
16	800 тыс.

Часть 2

Задание 17.

Постройте график функции $\mathbf{y=\frac{1}{2}x^2+4x+5}$. Укажите наименьшее значение этой функции.



//Ответ: график изображен на рисунке; $y_{\text{наим.}}=-3$.

//Решение. График — парабола, ветви которой направлены вверх. Найдем координаты вершины: $x=-\frac{b}{2a}=x_0=\frac{-4}{1}=-4$; $y=\frac{1}{2}\cdot16-16+5=-3$.

(В решении должны быть вычислены координаты еще нескольких точек, в том числе точки пересечения параболы с осью *y*.)

Наименьшее значение функции равно –3.

Замечание. Учащийся может вычислить координаты вершины параболы и другим способом.

Комментарий. В случае отсутствия вычислений в чистовике при правильном построении параболы решение должно быть засчитано.

Задание 18

Выясните, имеет ли корни уравнение $x^2+2x\sqrt{5}+2x=-11$.

//Ответ: не имеет.

//Решение. Представим уравнение в виде: $x^2+2\left(\sqrt{5}+1\right)x+11=0$.

Определим знак дискриминанта: $D_1=\left(\sqrt{5}+1\right)^2-11=5+1+2\sqrt{5}-11=2\sqrt{5}-5$.

Так как $2\sqrt{5}-5=\sqrt{20}-\sqrt{25}<0$, то уравнение корней не имеет.

Замечание. Уравнение может быть представлено в виде: $x^2+\left(2\sqrt{5}+2\right)x+11=0$; учащийся может вычислить дискриминант D квадратного уравнения.

Комментарий. Ошибки в составлении выражения D_1 (или D), в применении формулы квадрата двучлена считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

Задание 19

Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.

//Ответ: 9600.

//Решение. Пусть S — искомая сумма; $S=S_1-S_2$, где S_1 — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 160, S_2 – сумма всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 160.

Найдем S_1: $S_1=\frac{1+160}{2}\cdot160=161\cdot80$.

В последовательности (a_n) чисел, кратных 4 и не превосходящих 160, $a_1=4$, $a_n=160$. Найдем число членов этой последовательности. Так как она задается формулой $a_n=4n$, то $4n=160$, $n=40$.

Теперь найдем $S_2:S_2=\frac{4+160}{2}\cdot40=82\cdot40$.

Получим: $S=S_1-S_2=161\cdot80-82\cdot40=40\left(322-82\right)=9600$.

Задание 20

Найдите наименьшее значение выражения $\left(2x+y+3\right)^2+\left(3x-2y+8\right)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

//Ответ: наименьшее значение выражения равно 0, оно достигается при $x=-2,\ y=1$.

//Решение. При любых значениях x и y $\left(2x+y+3\right)^2+\left(3x-2y+8\right)\geq0$. Значение, равное 0, достигается только в том случае, когда $2x+y+3$ и $3x-2y+8$ равны нулю одновременно.

Составим систему уравнений $\begin{cases}2x+y+3=0\\3x-2y+8=0\end{cases}$. Решив ее, получим: $x=-2,\ y=1$.

Таким образом, наименьшее значение выражения равно 0, оно достигается при $x=-2,\ y=1$.

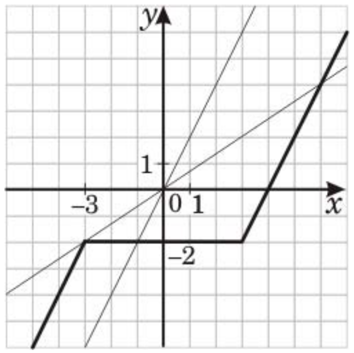
Задание 21

Найдите все значения *k*, при которых прямая $y=kx$ пересекает в трех различных точках ломаную, заданную условиями:

$$y=\begin{cases}2x+4,\ \text{если } x<-3\\-2,\ \text{если } -3\le x\le 3\\2x-8,\ \text{если } x>3.\end{cases}$$

//Ответ: $\frac{2}{3}<k<2$. Другие возможные формы ответа: $k\in\left(\frac{2}{3};2\right)$ или $\left(\frac{2}{3};2\right)$.

//Решение. Построим ломаную, заданную условиями: $y=\begin{cases}2x+4,\ \text{если } x<-3\\-2,\ \text{если } -3\le x\le 3\\2x-8,\ \text{если } x>3.\end{cases}$



Прямая $y=kx$ пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку $(-3;-2)$, и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямым $y=2x-8$ и $y=2x+4$.

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $(-3;-2)$: $-2=-3k$, $k=\frac{2}{3}$. Угловой коэффициент *k* прямой, параллельной прямой $y=2x-8$, равен 2. Прямая $y=kx$ имеет с ломаной три общие точки при $\frac{2}{3}<k<2$.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.